



MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DECEX - DFA
ESCOLA DE SARGENTOS DAS ARMAS
ESCOLA SARGENTO MAX WOLFF FILHO

EXAME INTELECTUAL AOS CURSOS DE FORMAÇÃO DE SARGENTOS 2011-12

SOLUÇÃO DAS QUESTÕES DE MATEMÁTICA

Questão 1 (TODAS AS ÁREAS)

Em uma escola com 500 alunos, foi realizada uma pesquisa para determinar a tipagem sanguínea destes. Observou-se que 115 tinham o antígeno A, 235 tinham o antígeno B e 225 não possuíam nenhum dos dois. Escolhendo ao acaso um destes alunos, a probabilidade de que ele seja do tipo AB, isto é, possua os dois antígenos, é

- a) 15% b) 23% c) 30% d) 45% e) 47%

Bibliografia: DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. Volume 2. São Paulo: Ática, 2010.

Solução da questão

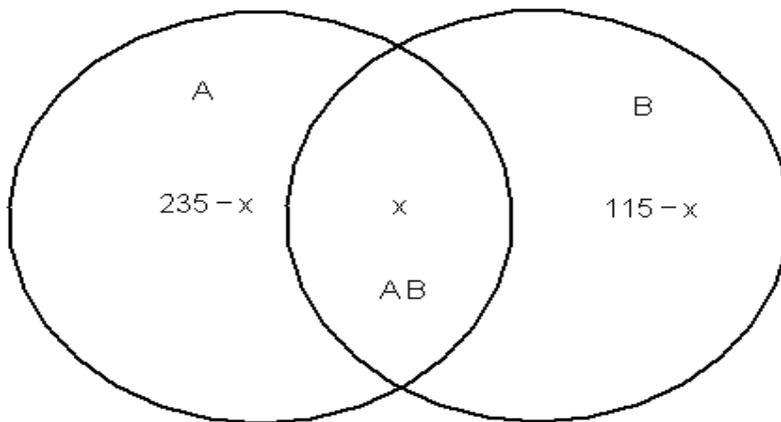
antígeno AB = X

antígeno A = 115 ou $235 - x$

antígeno B = 235 ou $115 - x$

Número de alunos que não possuem nenhum dos dois antígenos = 225

Total de alunos = 500



$$235 - x + x + 115 - x + 225 = 500$$

$$x = 500 - 575$$

$$x = -75, \text{ então } P = 75/500 = 0,15 = \mathbf{15\% \text{ (alternativa A)}}$$

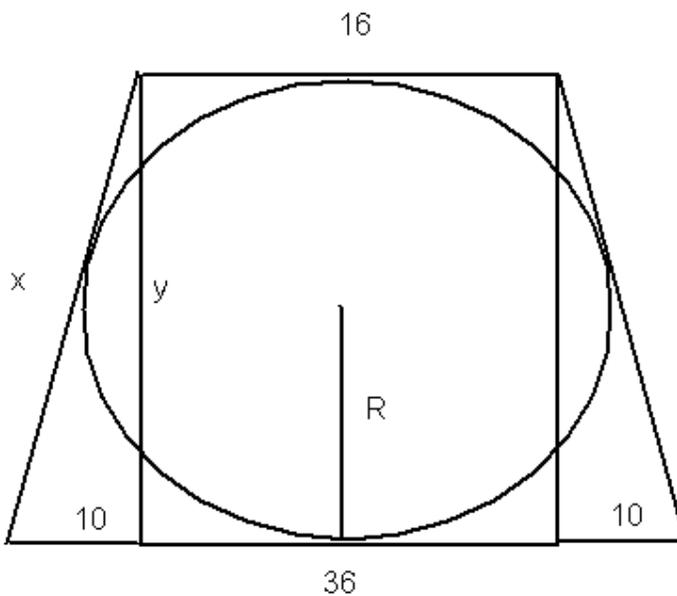
Questão 2 (TODAS AS ÁREAS)

A medida do raio de uma circunferência inscrita em um trapézio isósceles de bases 16 e 36 é um número

- a) primo **b) par** c) irracional d) múltiplo de 5 e) múltiplo de 9

Bibliografia: DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. Volume 2. São Paulo: Ática, 2010.

Solução da questão



$$2x = 16 + 36 \rightarrow x = 26$$

$$x^2 = y^2 + 10^2 \rightarrow y^2 = 576 \rightarrow y = 24$$

$$R = y/2 \rightarrow R = 12 \rightarrow \text{par (alternativa B)}$$

Questão 3 (EXCETO ÁREA MÚSICA)

Aumentando-se um número x em **75** unidades, seu logaritmo na base **4** aumenta em **2** unidades. Pode-se afirmar que x é um número:

- a) Irracional. b) Divisor de **8**. c) Múltiplo de **3**. d) Menor que **1**. e) **Maior que 4**.

Bibliografia: IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, DEGENSZAJN, David, PÉRIGO, Roberto & ALMEIDA, Nilze de. *Matemática – Ciências e Aplicações*. Volume 1. São Paulo: Atual, 2006.

Solução da questão

Consideremos o número x e seu logaritmo na base 4 igual a um número a . Assim:

$$\log_4 x = a$$

Aumentando o número em 75 unidades ($x + 75$), seu logaritmo na base 4 aumenta em 2 unidades ($a + 2$), ou seja:

$$\log_4(x + 75) = a + 2$$

Resolvendo:

$$\log_4 x = a \rightarrow 4^a = x$$

$$\log_4(x + 75) = a + 2$$

$$4^{a+2} = x + 75$$

$$4^a \cdot 4^2 = x + 75$$

$$x \cdot 16 = x + 75$$

$$15x = 75$$

$$x = 5 \text{ (alternativa E)}$$

Questão 4 (EXCETO ÁREA MÚSICA)

O número mínimo de termos que deve ter a PA (73, 69, 65, ...) para que a soma de seus termos seja negativa é

- a) 18 b) 19 c) 20 d) 37 e) **38**

Bibliografia: IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, DEGENSZAJN, Davi, PÉRIGO, Roberto, ALMEIDA, Nilze de. *Matemática – Ciência e Aplicações*. Volume 1. São Paulo: Atual, 2006

Solução da questão

$$a_1 = 73$$

$$r = -4$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 73 + (n - 1) \cdot (-4)$$

$$a_n = 77 - 4n$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{(73 + 77 - 4n) \cdot n}{2} < 0$$

$$S_n = (75 - 2n) \cdot n < 0$$

Como $n > 0$, temos que $75 - 2n < 0 \rightarrow n > 37,5 \rightarrow n = 38$ (alternativa E)

Questão 5 (EXCETO ÁREA MÚSICA)

Numa sala de aula, a média das idades dos 50 alunos era de 22,5 anos. No cálculo da média, foram consideradas idades com anos completos. Transcorridas algumas semanas, houve a desistência de um aluno e a média das idades caiu para 22 anos. Considerando-se que nesse período nenhum dos alunos da turma fez aniversário, então a idade do aluno que desistiu é igual a:

- a) 47 anos. b) 45 anos. c) 37 anos. d) 35 anos. e) 27 anos.

Bibliografia: IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, DEGENSZAN, David, PERIGO, Roberto & ALMEIDA, Nilze de. Matemática – Ciência e Aplicações. Volume 3. São Paulo: Atual, 2006.

Solução da questão

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{50}}{50} = 22,5 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{50} = 1125$$

$$\frac{x_2 + \dots + x_{50}}{49} = 22 \Rightarrow x_2 + \dots + x_{50} = 1078$$

$$x_1 = 1125 - 1078 = 47.$$

(alternativa A)

Questão 6 (EXCETO ÁREA MÚSICA)

Uma pessoa deseja totalizar a quantia de R\$ 600,00 utilizando cédulas de um, dez e vinte reais, num total de 49 cédulas, de modo que a diferença entre as quantidades de cédulas de dez e de um real seja igual a nove unidades. Nesse caso, a quantidade de cédulas de vinte reais de que a pessoa precisará será igual a:

- a) 10 b) 19 c) **20** d) 21 e) 29

Bibliografia: GIOVANNI E BONJORNO. Matemática Fundamental: Uma nova Abordagem. Volume Único. Editora FTD, 2002.

Solução da questão

$x =$ notas de 1 $y =$ notas de 10 $z = 20$

$$\begin{cases} x + 10y + 20z = 600 & (\text{equação 1}) \\ x + y + z = 49 & (\text{equação 2}) \\ y - x = 9 & (\text{equação 3}) \end{cases}$$

Substituir 3 em 2:

$$y - x = 9 \rightarrow y = 9 + x$$

$$x + 9 + x + z = 49 \rightarrow 2x + z = 40 \quad (\text{equação 4})$$

Substituir 3 em 1:

$$x + 10(9 + x) + 20z = 600 \rightarrow 11x + 20z = 510 \quad (\text{equação 5})$$

Equação 4 com a 5:

$$(-20) \begin{cases} 2x + z = 40 \\ 11x + 20z = 510 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -40x - 20z = 800 \\ 11x + 20z = 510 \end{cases}$$

$$-29x = -290 \rightarrow x = 10$$

Substituindo x na equação 4:

$$2(10) + z = 40 \rightarrow z = 20 \quad (\text{alternativa C})$$

Questão 7 (TODAS AS ÁREAS)

O capital de **R\$ 360,00** foi dividido em duas partes, **A** e **B**. A quantia **A** rendeu em **6** meses o mesmo que a quantia **B** rendeu em **3** meses, ambos aplicados à mesma taxa no regime de juros simples. Nessas condições, pode-se afirmar que:

- a) $A = B$ b) $A = 2B$ c) **$B = 2A$** d) $A = 3B$ e) $B = 3A$

Bibliografia: DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. Vol 1. Editora Ática, 2007.

Solução da questão

A fórmula do juro simples é dada por $J = C.i.t$ (J = juro, C = capital, i = taxa, t = tempo). Conforme o enunciado, a quantia **A** rendeu em **6** meses o que a quantia **B** rendeu em **3** meses. Assim:

$$\begin{aligned} J_A &= J_B \\ A.i.6 &= B.i.3 \\ 6A &= 3B \\ 2A &= B \\ \mathbf{B} &= \mathbf{2A} \text{ (alternativa C)} \end{aligned}$$

Questão 8 (EXCETO ÁREA MÚSICA)

Dentre as alternativas abaixo, qual corresponde ao valor numérico da expressão:

$$E = \left(\sqrt{3\sqrt{5}} \cdot 3 + \sqrt{5 + 3\sqrt{5}} \right)^2 ?$$

a) 10

b) $6\sqrt{5}$

c) 6

d) $10\sqrt{5}$

e) $6\sqrt{5} - 10$

ANULADA

Questão 9 (TODAS AS ÁREAS)

Um cone reto, de altura H e área da base B , é seccionado por um plano paralelo à base. Consequentemente, um novo cone com altura $\frac{H}{3}$ é formado. Qual a razão entre os volumes do maior e o do menor cone, o de altura H e o de altura $\frac{H}{3}$?

- a) 3 b) 6 c) 9 d) 18 e) 27

Bibliografia: IEZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, DEGENSAJN, David, PÉRIGO, Roberto & ALMEIDA, Nilze de. Matemática – Ciências e Aplicações Vol 2. Editora Atual, 2006..

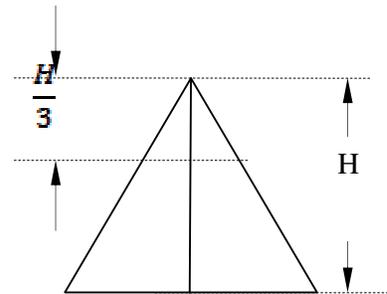
Solução da questão

V = volume do maior cone

v = volume do cone menor

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H \quad e \quad v = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 \frac{H}{3}$$

$$\frac{V}{v} = \frac{\frac{1}{3} \pi R^2 H}{\frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 \frac{H}{3}} = 27 \quad (\text{alternativa E})$$



Questão 10 (TODAS AS ÁREAS)

O valor de k real, para que o sistema $\begin{cases} kx + 2y - z = 2 \\ 2x - 8y + 2z = 0 \\ 2x + z = 4 \end{cases}$ seja possível e determinado, é:

- a) $k \neq -\frac{1}{2}$ b) $k = \frac{1}{2}$ c) $k \neq -\frac{1}{6}$ d) $k \neq -\frac{3}{2}$ e) $k \neq -\frac{7}{2}$

Bibliografia: GIOVANNI E BONJORNO. Matemática Fundamental: Uma nova Abordagem. Volume Único. Editora FTD, 2002.

Solução da questão

$$\begin{vmatrix} k & 2 & -1 \\ 2 & -8 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$-8k + 8 - 16 - 4 \neq 0$$

$$k \neq -\frac{3}{2} \text{ (alternativa D)}$$

Questão 11 (TODAS AS ÁREAS)

Sabe-se que **1**, **a** e **b** são raízes do polinômio $p(x) = x^3 - 11x^2 + 26x - 16$, e que $a > b$. Nessas condições, o valor de $a^b + \log_b a$ é:

a) $\frac{49}{3}$

b) $\frac{193}{3}$

c) **67**

d) 64

e) 19

Bibliografia: IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, DEGENSZAJN, David, PÉRIGO, Roberto & ALMEIDA, Nilze de. *Matemática – Ciências e Aplicações*. Volume 3. São Paulo: Atual, 2006.

Solução da questão

Como uma das raízes já é conhecida ($x = 1$), utiliza-se o dispositivo prático de Briot – Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -11 & 26 & -16 \\ & & 1 & -10 & 16 \\ \hline & & & & 0 \end{array}$$

$x^2 - 10x + 16 = 0$

$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = 8$

Assim, 2 e 8 são as outras raízes. Como $a > b$, temos que $a = 8$ e $b = 2$. A resposta da questão será:

$$a^b + \log_b a$$

$$8^2 + \log_2 8$$

$$64 + 3 = \mathbf{67 \text{ (alternativa C)}}$$

Observação: caso o candidato não utilize o dispositivo de Briot – Ruffini, ele poderá resolver essa questão utilizando a relação entre coeficientes e raízes de polinômios.

Questão 12 (EXCETO ÁREA MÚSICA)

Se , $p = \frac{q}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}$, sendo p e q números inteiros positivos primos entre si, calcule p^q .

a) 4^{15}

b) 15^4

c) 15^8

d) 8^{15}

e) 16^{15}

Bibliografia: IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, DEGENSZAJN, David, PÉRIGO, Roberto & ALMEIDA, Nilze de. *Matemática – Ciências e Aplicações*. Volume 3. São Paulo: Atual, 2006.

Solução da questão

$$p = \frac{q}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{2}{\frac{5+3}{15}}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{30}{8}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{15}{4}$$

$$p^q = 15^4$$

(alternativa B)

Questão 13 (ÁREA MÚSICA)

Seja a reta **r** de equação $5x - 2y - 11 = 0$. A equação da reta **s**, paralela a **r**, que contém o ponto

$F = (3, -1)$ é:

- a) $5x - 2y + 17 = 0$
- b) $2x - 5y + 17 = 0$
- c) $5x + 2y + 17 = 0$
- d) $5x - 2y - 17 = 0$**
- e) $2x + 5y + 17 = 0$

Bibliografia: GIOVANNI E BONJORNO. Matemática Fundamental: Uma nova Abordagem. Volume Único. Editora FTD, 2002.

Solução da questão

Forma geral da equação de reta **s** paralela à reta **r**: $5x - 2y + k = 0$. Como o ponto $F = (3, -1)$ pertence à reta **s**, então substituindo-o em **s**, teremos:

$$\begin{aligned}5x - 2y + k &= 0 \\5(3) - 2(-1) + k &= 0 \\15 + 2 + k &= 0 \\k &= -17\end{aligned}$$

Portanto, **s** é assim definida: $5x - 2y - 17 = 0$ (alternativa **D**).


Gen Bda FERNANDO VASCONCELLOS PEREIRA
Comandante da Escola de Sargentos das Armas

“SAMPAIO 200 ANOS: CORAGEM E DETERMINAÇÃO”